

Berechnung der Gesamtenergie eines Satelliten in der Erdumlaufbahn

Befindet sich ein Satellit auf einer Erdumlaufbahn so setzt sich seine Energie aus der kinetischen und der potenziellen Energie zusammen:

$$E_{\text{Bahn}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

Die kinetische Energie ist abhängig von seiner Bahngeschwindigkeit und die potentielle Energie entspricht der Arbeit, die nötig ist um ihn von der Erdoberfläche bis in seiner Bahn zu bewegen:

$$E_{\text{Bahn}} = \frac{1}{2} m_S v_S^2 + \gamma m_S m_E \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_S} \right)$$

Die Geschwindigkeit v kann ersetzt werden durch: $v = \sqrt{\gamma \frac{m_E}{r_S}}$

Diese Formel hatten wir vor kurzem hergeleitet.

Damit erhält man:

$$E_{\text{Bahn}} = \frac{1}{2} m_S \sqrt{\gamma \frac{m_E}{r_S}}^2 + \gamma m_S m_E \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_S} \right) \quad \text{und nach Auflösen der Wurzel:}$$

$$E_{\text{Bahn}} = \frac{1}{2} m_S \gamma \frac{m_E}{r_S} + \gamma m_S m_E \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_S} \right)$$

Durch Ausklammern erhält man:

$$E_{\text{Bahn}} = \gamma m_S m_E \left(\frac{1}{2r_S} + \frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_S} \right) \quad \text{Das kann zusammen gefasst werden zu:}$$

$$E_{\text{Bahn}} = \gamma m_S m_E \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{2r_S} \right)$$

Diese Formel beschreibt die Energie des Satelliten auf seiner Bahn – sie wird deshalb auch einfach kurz **Bahnenergie** genannt.